

2.7.11 n-tá odmocnina

Předpoklady: 020709, 020710

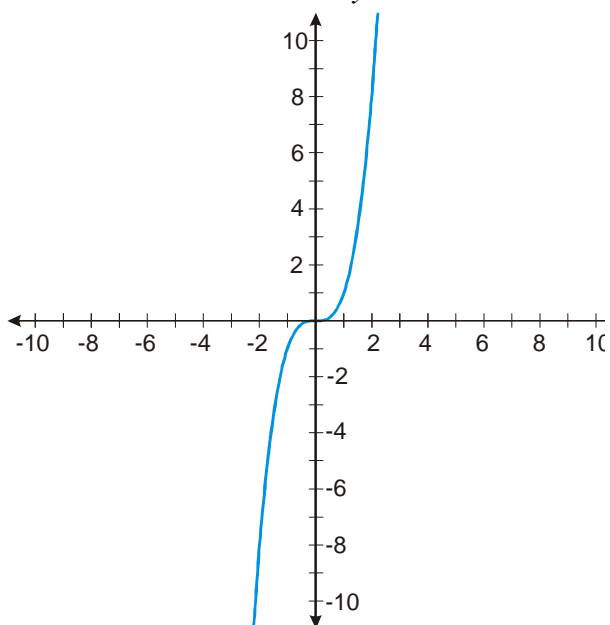
Pedagogická poznámka: Tato hodina samozřejmě nevystačí na 45 minut. Dá se stihnout za polovinu vyučovací hodiny.

Př. 1: Řeš do dvou sloupců vedle sebe. Nakresli grafy zadaných funkcí, rozhodni, zda k zadané funkci existuje funkce inverzní. Pokud inverzní funkce neexistuje, navrhní úpravy, které její existenci umožní. Nakresli graf inverzní funkce a navrhní její pojmenování.

a) $y = x^3$

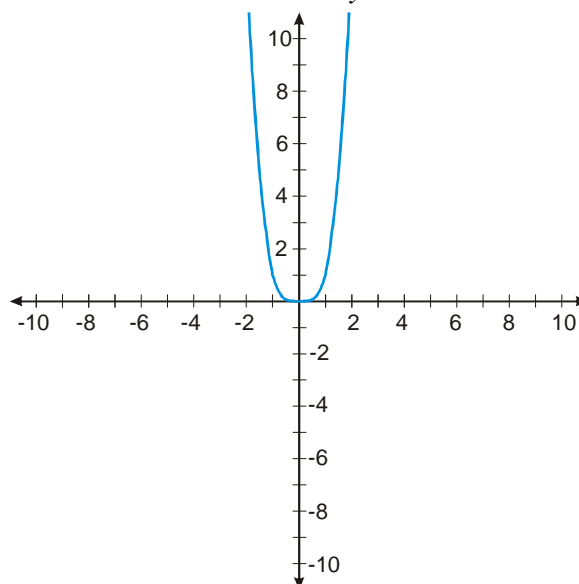
b) $y = x^4$

Graf funkce $y = x^3$

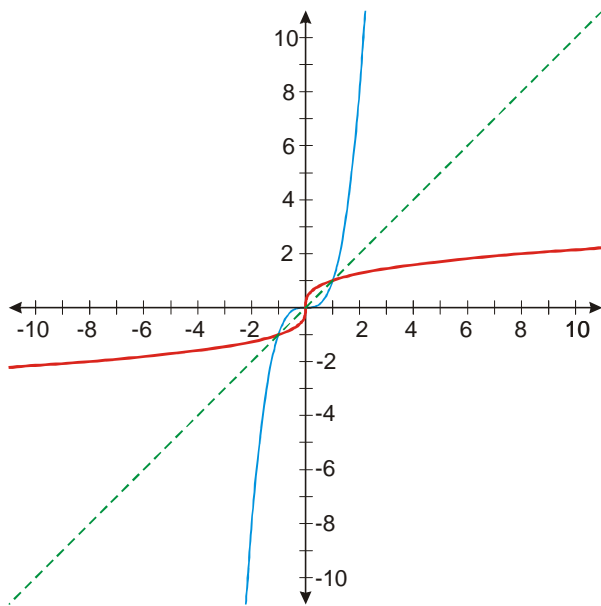


Funkce je prostá \Rightarrow existuje k ní funkce inverzní.

Graf funkce $y = x^4$



Funkce není prostá \Rightarrow musíme upravit její definiční obor podobně jako u funkce $y = x^2$,
 $D(f) = \langle 0; \infty \rangle$



Hledáme předpis.

Prohodíme x a y : $y = x^3 \Rightarrow x = y^3$

$y = \sqrt[3]{x}$ - třetí odmocnina (podobné druhé odmocnině).

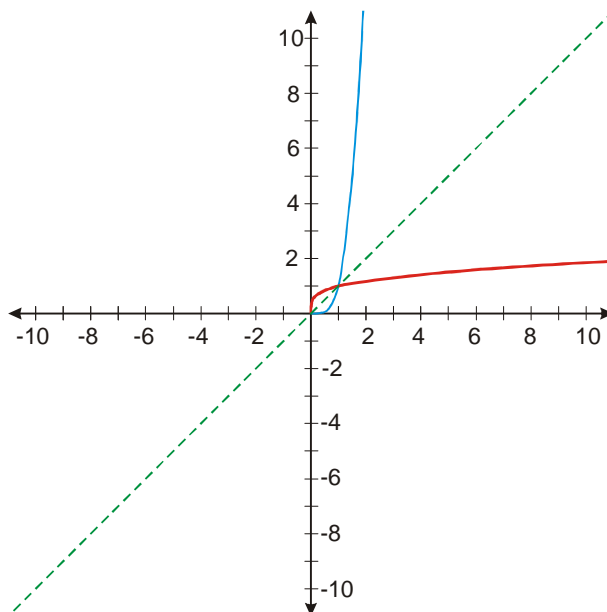
$$D(f) = H(f^{-1}) = \mathbb{R}, \quad H(f) = D(f^{-1}) = \mathbb{R}$$

Z dvojic čísel původní a inverzní funkce:

Dvojice pro $y = x^3$	Dvojice pro $y = \sqrt[3]{x}$
$0 = 0^3$	$0 = \sqrt[3]{0}$
$1 = 1^3$	$1 = \sqrt[3]{1}$
$8 = 2^3$	$2 = \sqrt[3]{8}$
$-8 = (-2)^3$	$-2 = \sqrt[3]{-8}$

Třetí odmocnina z reálného čísla a je takové reálné číslo b , pro které platí $b^3 = a$. Píšeme $b = \sqrt[3]{a}$.

Podobné zavedení jako u druhé odmocniny. Rozdíly vznikají kvůli tomu, že jako definiční obor třetí mocniny používáme \mathbb{R} . Můžeme použít jako vzor pro inverzní funkce všech funkcí $y = x^n$, kde n je liché přirozené číslo.



Hledáme předpis.

Prohodíme x a y : $y = x^4 \Rightarrow x = y^4$

$y = \sqrt[4]{x}$ - čtvrtá odmocnina (podobné druhé odmocnině).

$$D(f) = H(f^{-1}) = \langle 0; \infty \rangle,$$

$$H(f) = D(f^{-1}) = \langle 0; \infty \rangle$$

Z dvojic čísel původní a inverzní funkce:

Dvojice pro $y = x^4$	Dvojice pro $y = \sqrt[4]{x}$
$0 = 0^4$	$0 = \sqrt[4]{0}$
$1 = 1^4$	$1 = \sqrt[4]{1}$
$16 = 2^4$	$2 = \sqrt[4]{16}$
$81 = 3^4$	$3 = \sqrt[4]{81}$

Čtvrtá odmocnina z nezáporného reálného čísla a je takové nezáporné číslo b , pro které platí $b^4 = a$. Píšeme $b = \sqrt[4]{a}$.

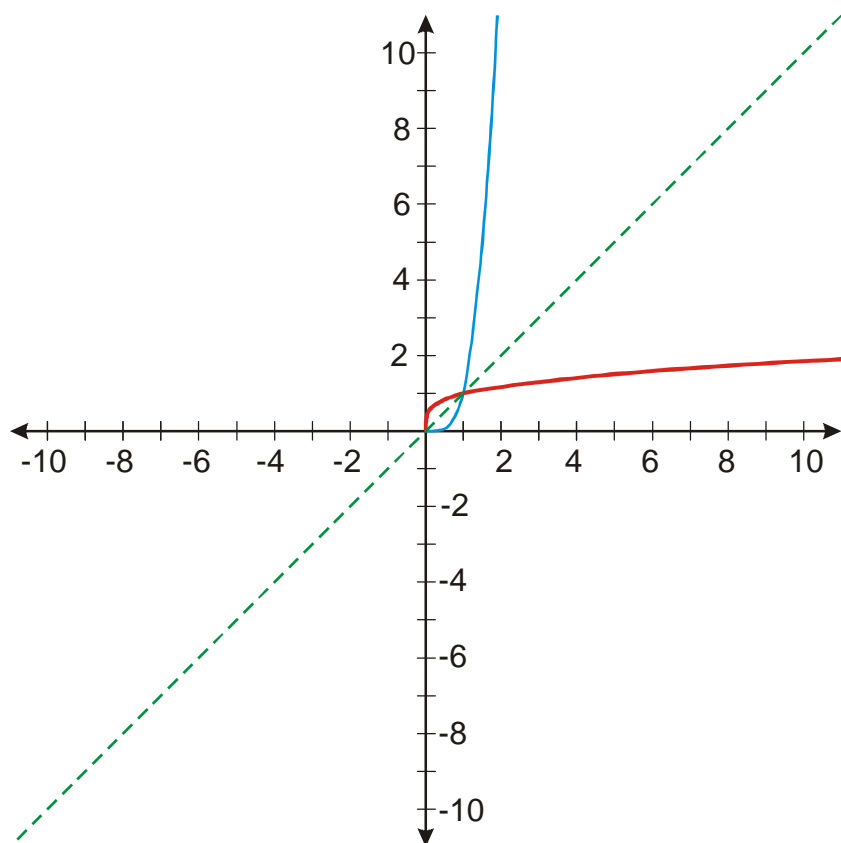
Stejně zavedení jako u druhé odmocniny. Můžeme použít jako vzor pro inverzní funkce všech funkcí $y = x^n$, kde n je sudé přirozené číslo.

Př. 2: Rozhodni, který ze dvou způsobů zavedení odmocniny je možné použít obecně pro n -tou odmocninu jako inverzní funkci funkce $y = x^n$, $n \in \mathbb{N}$.

Musíme použít způsob, který bude vyhovovat ve všech případech, tedy i v tom, který „klade největší požadavky“ \Rightarrow použijeme způsob, kterým jsme zavedli odmocninu pro sudá n .

Aby byla situace jednodušší a mohli jsme používat stejný postup zavedení odmocniny pro všechna přirozená čísla n , budeme pro všechna n postupovat tak, jak jsme postupovali u sudých n . Definiční obor mocninné funkce omezíme na interval $\langle 0; \infty \rangle$, tím se na interval $\langle 0; \infty \rangle$ omezí i definiční obor odmocniny.

Př. 3: Nakresli graf funkce $y = x^n$, s $D(f) = \langle 0; \infty \rangle$. Do stejného obrázku nakresli graf inverzní funkce. Zaveď n -tou odmocninu.



Hledáme předpis.

Prohodíme x a y : $y = x^n \Rightarrow x = y^n$

$y = \sqrt[n]{x}$ - n -tá odmocnina (podobné druhé odmocnině).

$D(f) = H(f^{-1}) = \langle 0; \infty \rangle$, $H(f) = D(f^{-1}) = \langle 0; \infty \rangle$

N je přirozené číslo. N -tá odmocnina z nezáporného reálného čísla a je takové nezáporné číslo b , pro které platí $b^n = a$. Píšeme $b = \sqrt[n]{a}$.

- $b = \sqrt[n]{a}$
- a - základ odmocniny = odmocněnec

- n - odmocnitel = exponent odmocniny

Př. 4: Rozhodni, zda platí $\sqrt[7]{128} = 2$.

Pokud platí $\sqrt[7]{128} = 2$, musí zároveň platit i $2^7 = 128$, což platí.

Př. 5: Petáková:

strana 59/cvičení 16 f_3, f_5, f_9

strana 59/cvičení 17 g_4, g_6, g_8

Shrnutí: Podobně, jako jsme zavedli druhou odmocninu, můžeme zavést n -tou odmocninu jako inverzní funkci ke každé mocninné funkci $y = x^n$, $n \in \mathbb{N}$. U lichých n můžeme zavést odmocninu i ze záporných čísel, ale kvůli jednotnému postupu od toho většinou upouštíme.